

Berufsmaturitätsschulen

Kanton Bern

Nachaufnahmeprüfung BM1 und BM2 2024

Lösungen Mathematik

Name _____ Vorname _____

Kand.-Nr. _____ Prüfende Schule _____

BM 1 Typ _____ BM 2 Typ _____

Datum Samstag, 11. Mai 2024

Zeit 75 Minuten

Hilfsmittel Schreibzeug, Geodreieck, Lineal, Zirkel,
Taschenrechner ohne CAS, ohne Solver-Funktion, nicht grafikfähig

Bemerkungen Die Aufgaben sind unter Angabe aller Berechnungen und Begründungen direkt auf diese Blätter zu lösen. Schreiben Sie die Ergebnisse in die jeweiligen Kästchen. Achten Sie auf eine saubere Darstellung. Die Seiten 14-16 stehen Ihnen bei Platzmangel zusätzlich zur Verfügung.

Aufgaben	Richtzeit	Bemerkungen	Maximale Punktzahl	Erreichte Punktzahl
1	12 min		6	
2	12 min		6	
3	12 min		6	
4	12 min		6	
5	12 min		6	
6	12 min		6	
		Total	36	

Punkte	0-1.5	2-4.5	5-7.5	8-11	11.5-14	14.5-17.5	18-20.5	21-23.5	24-27	27.5-30	30.5-36
Note	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6

Expert*innen _____

Note

Aufgabe 1

1 Punkt pro Teilaufgabe

- 1a) Schreiben Sie das Resultat als gewöhnlichen und vollständig gekürzten Bruch. (/ 1 P)
Ein schrittweiser Lösungsweg muss ersichtlich sein.

Lösungsweg	Resultat
$\frac{5}{3} : 2 - \frac{1}{15} = \frac{5}{6} - \frac{1}{15} = \frac{25}{30} - \frac{2}{30} = \frac{25-2}{30} = \frac{23}{30}$	$\frac{23}{30}$
$\frac{3}{8} + \frac{5}{6} = \frac{9}{24} + \frac{20}{24} = \frac{29}{24}$	$\frac{29}{24} \text{ oder } 1\frac{5}{24}$

Pro korrekten Lösungsweg: **0.5 P**Korrekte Resultate ohne Lösungswege: **0 P**

- 1b) Lösen Sie die Klammern auf und vereinfachen Sie so weit als möglich. (/ 1 P)

$$a - (9 - (5 - 3a)) = a - (9 - 5 + 3a) = a - 4 - 3a = \underline{\underline{-2a - 4}}$$

Korrektes Auflösen der Klammern: **0.5 P**Korrektes Vereinfachen: **0.5 P**Korrektes Ergebnis: **1 P** (insgesamt)

Lösung 1b)

$$-2a - 4$$

- 1c) Multiplizieren Sie aus und vereinfachen Sie so weit als möglich. (/ 1 P)

$$(-d - 4)(5d - 1) = -5d^2 + d - 20d + 4 = \underline{\underline{-5d^2 - 19d + 4}}$$

Korrektes Ausmultiplizieren: **0.5 P**Korrektes Vereinfachen: **0.5 P**Korrektes Ergebnis: **1 P** (insgesamt)

Lösung 1c)

$$-5d^2 - 19d + 4$$

- 1d) Zerlegen Sie in ein Produkt. (/ 1 P)

$$y^2 + y - 30 = \underline{\underline{(y - 5)(y + 6)}}$$

Korrekte Zerlegung: **1 P**

Alle bis auf "+"/"-" richtigen Zerlegungen (z.B. $(y + 5)(y + 6)$ oder $(y - 5)(y - 6)$): **0.5 P**

Lösung 1d)

$$(y - 5)(y + 6)$$

- 1e) Kürzen Sie vollständig. (/ 1 P)

$$\frac{3p+5p^2}{6+10p} = \frac{p(3+5p)}{2(3+5p)} = \frac{p}{2}$$

Korrektes Zerlegen von Zähler und/oder Nenner: **0.5 P**

Korrektes Ergebnis: **1 P** (insgesamt)

Lösung 1e)

$$\frac{p}{2}$$

- 1f) Lösen Sie die Gleichung nach x auf und bestimmen Sie die Lösungsmenge in der Grundmenge $G = \mathbb{R}$. (/ 1 P)

$$\begin{array}{rcl} 12 - 3x & = & 8x + 7 \\ 5 & = & 11x \\ x & = & \frac{5}{11} \approx 0.45 \end{array} \quad \begin{array}{l} | + 3x - 7 \\ | : 11 \end{array}$$

$$\underline{\underline{L = \left\{ \frac{5}{11} \right\} \approx \{0.45\}}}$$

Korrektes Umformen bis zur Gleichung $11x = 5$: **0.5 P**

Korrekte Lösung ($x = \frac{5}{11} \approx 0.45$) oder korrekte Lösungsmenge: **1 P** (insgesamt)

Lösung 1f)

$$L = \left\{ \frac{5}{11} \right\} \approx \{0.45\}$$

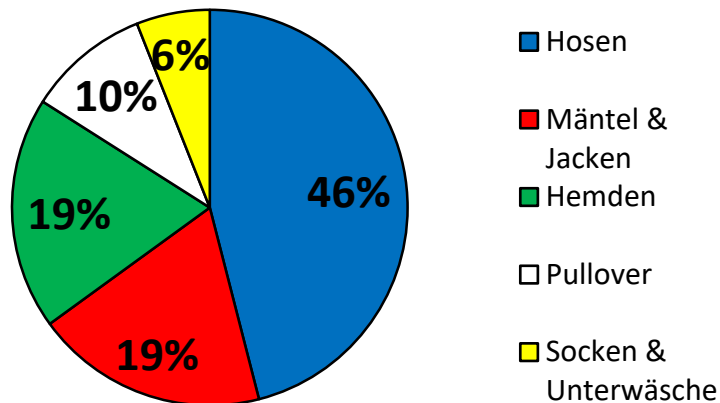
Erreichte Punkte Aufgabe 1:

Aufgabe 2

a) 1 Punkt b) 1 Punkt c) 2 Punkte d) 1 Punkt e) 1 Punkt

Ein Herrenkleidergeschäft hält in folgendem Kreisdiagramm fest, wie gross die Verteilung des Umsatzes seiner einzelnen Sparten im Jahr 2023 war.

Der Umsatz der Sparte "Pullover" betrug im Jahr 2023 CHF 32'510. –.



2a) Wie gross war der Gesamtumsatz im Jahr 2023? (/ 1 P)

$$U = \frac{32'510}{0.1} = \underline{\text{CHF } 325'100. -}$$

Korrektes Ergebnis: **1 P**

Lösung 2a)

CHF 325'100. –

2b) Um welchen Frankenbetrag war der Umsatz in der Sparte "Hemden" grösser als in der Sparte "Pullover"? (/ 1 P)

$$\text{Variante I: } x = \frac{19}{10} \cdot 32'510 - 32'510 = \underline{\text{CHF } 29'259. -}$$

$$\text{Variante II: } x = 0.19 \cdot 325'100 - 32'510 = \underline{\text{CHF } 29'259. -}$$

Richtige Strategie/richtiges Zwischenresultat ($0.19 \cdot 32'510 = \text{CHF } 61'769$): **0.5 P**

Korrektes Ergebnis: **1 P** (insgesamt)

Lösung 2b)

CHF 29'259. –

- 2c) Das Geschäft hat im Jahr 2023 insgesamt 1'657 Hosen mit einem Umsatz von CHF 149'546. – verkauft. Was ist der Durchschnittspreis einer **roten** verkauften Hose?
- 1'065 blaue Hosen wurden mit einem Durchschnittspreis von CHF 86. – verkauft.
 - 580 schwarze Hosen wurden mit einem Durchschnittspreis von CHF 98. – verkauft.
 - 12 rote Hosen wurden verkauft. (/ 2 P)

Gesamtumsatz rote Hosen: $U_{rot} = 149'546 - 1'065 \cdot 86 - 580 \cdot 98$
 $U_{rot} = \text{CHF } 1'116$

Durchschnittspreis rote Hosen: $P_{rot} = \frac{1'116}{12} = \underline{\text{CHF } 93}$

Korrekter Ansatz für U_{rot} : **0.5 P**

Korrektes Resultat für U_{rot} : **1 P** (insgesamt)

Korrekter Ansatz für P_{rot} : **0.5 P**

Korrektes Ergebnis: **2 P** (insgesamt)

Lösung 2c) CHF 93

- 2d) Eine Auswahl der neuen Kollektion aus 10 verschiedenen Hemden soll im Schaufenster ausgestellt werden. Die Verkäuferin soll sich aber nur für 2 der neuen 10 Hemden entscheiden, die ausgestellt werden sollen. Wie viele Wahlmöglichkeiten hat die Verkäuferin? (/ 1 P)



Mit Kombinatorik: $|A| = \frac{10 \cdot 9}{2} = \underline{\underline{45}}$

Oder: $|A| = 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = \underline{\underline{45}}$

Richtige Strategie: **0.5 P**

Korrektes Ergebnis: **1 P** (insgesamt)

Lösung 2d) 45 Möglichkeiten

- 2e) Die Verkäuferin hat sich für 2 Artikel entschieden. Die anderen 8 ordnet sie nacheinander an einer Kleiderstange im Geschäft ein. (/ 1 P)
 Wie viele Möglichkeiten hat sie, diese 8 in unterschiedlicher Reihenfolge auszustellen?

$|A| = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = \underline{\underline{40'320}}$

Richtige Strategie: **0.5 P**

Korrektes Ergebnis: **1 P** (insgesamt)

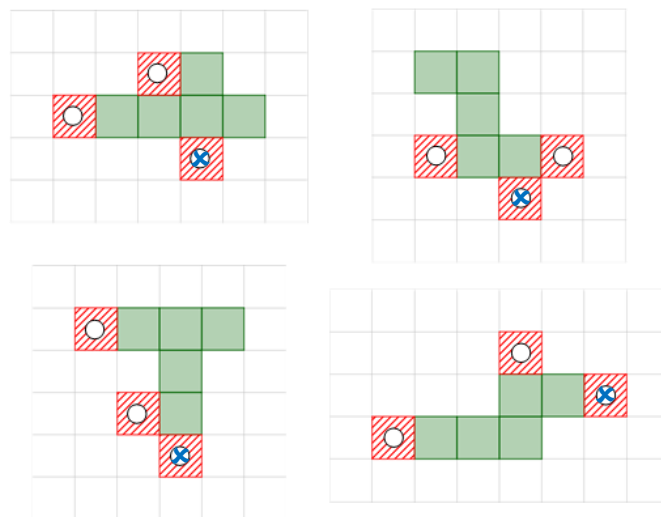
Lösung 2e) 40'320 Möglichkeiten

Erreichte Punkte Aufgabe 2:

Aufgabe 3

a) 2 Punkte b) 1 Punkte c) 1 Punkte d) 1 Punkte e) 1 Punkt

3a) Es soll aus Häuschenpapier ein Würfel mit den Seitenlängen 4 cm gebastelt werden, indem vorgängig sein Würfelnetz auf das Häuschenpapier gezeichnet wird. In den nachfolgenden Bildern fehlt jeweils noch ein Feld, damit sich eine vollständige Abwicklung eines Würfels ergibt – kreuzen Sie das richtige, fehlende Feld an (jeweils **eines** der drei rot schraffierten Felder ist richtig). (/ 2 P)



Korrektes Feld: je **0.5 P**

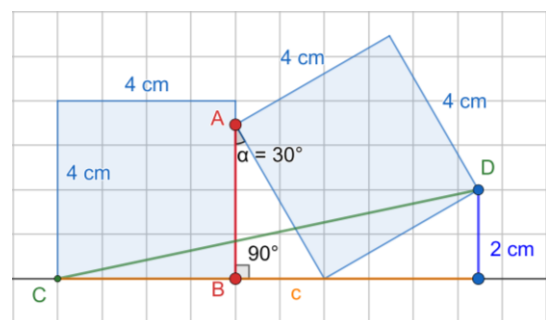
3b) Zwei gebastelte Papierwürfel liegen wie in der Skizze angegeben nebeneinander. Die Länge \overline{AB} beträgt $\sqrt{12}$ cm. Berechnen Sie die Länge \overline{CD} . Geben Sie das Resultat als Dezimalzahl mit drei Nachkommastellen an. (/ 1 P)

$$c = 4 + 2 + \sqrt{12}$$

$$c = 9.464 \text{ cm}$$

$$\overline{CD} = \sqrt{9.464^2 + 2^2}$$

$$\overline{CD} = \underline{\underline{9.673 \text{ cm}}}$$

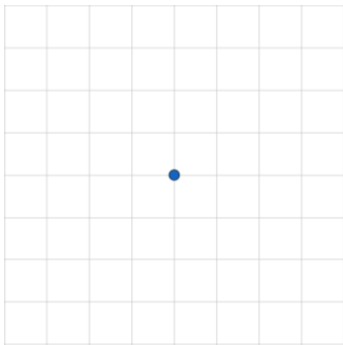


Korrekte Länge c /korrekter Ansatz Pythagoras: **0.5 P**
 Korrektes Ergebnis: **1 P** (insgesamt)

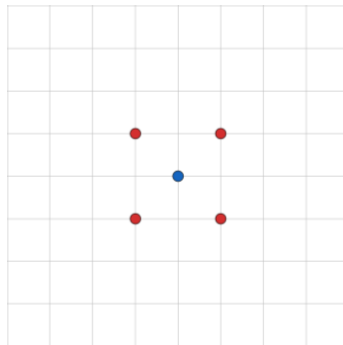
Lösungen 3b)

$\overline{CD} =$	cm
-------------------	----

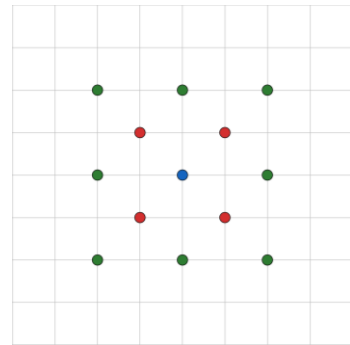
Auf das Häuschenpapier werden Schritt für Schritt Punkte gezeichnet.



Schritt 1



Schritt 2



Schritt 3

3c) Wie viele Punkte werden in Schritt 4 **neu** gezeichnet? (/ 1 P)

Gesuchte Anzahl Punkte: 12

Korrekte Anzahl Punkte: **1 P**

Lösung 3c)

12 Punkte

3d) Wie viele Punkte werden in Schritt 18 **neu** gezeichnet? (/ 1 P)

Mögliche Lösungswege:

- Abzählen: 1, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52, 56, 60, 64, 68
- Durch Berechnung: $(18 - 1) \cdot 4 = 17 \cdot 4 = 68$

Gesuchte Anzahl Punkte: 68

Korrekte Anzahl Punkte: **1 P**

Lösung 3d)

68 Punkte

3e) Wie viele Punkte werden in Schritt x **neu** gezeichnet? (/ 1 P)

Gesuchter Term: $4(x - 1) = 4x - 4$

Korrechter Term: **1 P**

Lösung 3e)

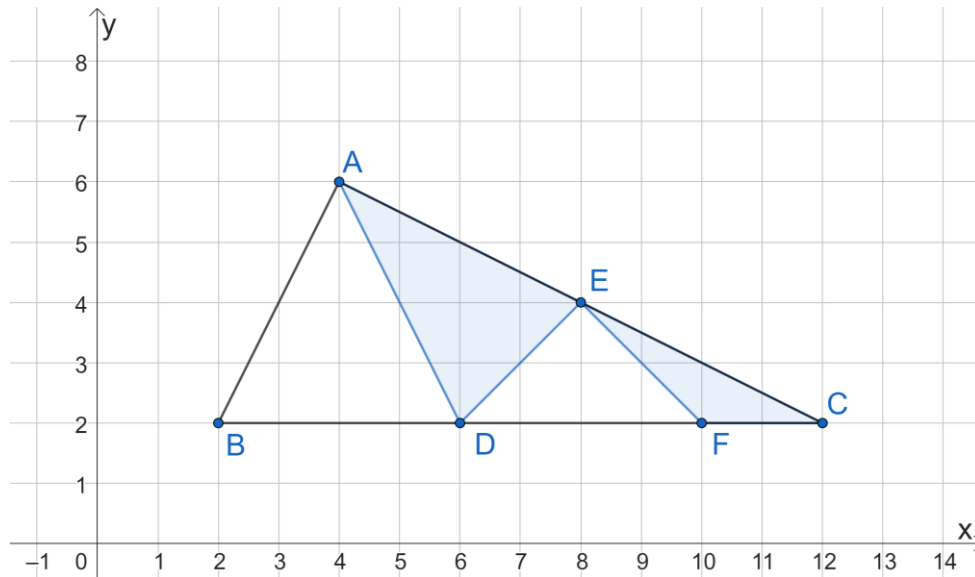
$4(x - 1) = 4x - 4$ Punkte

Erreichte Punkte Aufgabe 3:

Aufgabe 4

a) 2 Punkte b) 1 Punkt c) 1 Punkt d) 2 Punkte

Folgende Punkte im Koordinatensystem sind gegeben:

 $A(4|6)$, $B(2|2)$, $C(12|2)$, $D(6|2)$, $E(8|4)$, $F(10|2)$ 

Häuschenlänge/-breite: 1 cm

4a) Bestimmen Sie den Flächeninhalt der blau schraffierten Fläche (beide Dreiecke). (/ 2 P)

$$A = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 = 20 - 8 - 4 = \underline{\underline{8 \text{ cm}^2}}$$

$$\text{oder: } A = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 = 16 - 4 - 4 = \underline{\underline{8 \text{ cm}^2}}$$

$$\text{oder: } A = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 = 12 - 4 = \underline{\underline{8 \text{ cm}^2}}$$

Korrekte Strategie ($A_{\text{Grosses Dreieck}} - A_{\text{kleine Dreieck(e)}}$): **1 P**Korrekte Dreiecksflächen: **1 P**Korrektes Ergebnis: **2 P** (insgesamt)

Lösung 4a)

8 cm²4b) Der Punkt B wird an der Geraden g, welche durch die Punkte A und C geht, gespiegelt.
Bestimmen Sie die Koordinaten des Bildpunktes B'. (/ 1 P)Pro korrekter Koordinate: **0.5 P**

Lösung 4b)

B'(6|10)

- 4c) Die ganze Figur (inklusive blaue Flächen) wird so vom Zentrum B aus gestreckt, dass der Bildpunkt von A bei $A'(5|8)$ zu liegen kommt. Um welchen Faktor ist die blaue Fläche grösser als zuvor? (/ 1 P)

$$\text{Strecke } \overline{A'B} = \frac{3}{2} \overline{AB}$$

$$\text{Fläche } A_{A'BC'} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 A_{ABC} = \frac{9}{4} A_{ABC}$$

$$\text{Gesuchter Faktor : } k^2 = \frac{9}{4} = \underline{\underline{2.25}}$$

Korrekt Streckungsfaktor $k = \frac{3}{2}$: **0.5 P**

Korrektes Ergebnis: **1 P** (insgesamt)

Lösung 4c)

$$\frac{9}{4} = 2.25$$

- 4d) Nun wird eine Gerade durch die beiden Punkte A und C gelegt. Liegt der Punkt $P(-4|11)$ auf dieser Geraden? Begründen Sie Ihre Entscheidung mit einer Rechnung. (/ 2 P)

Variante I: Mit Hilfe der Funktionsgleichung: $f(x) = -\frac{1}{2}x + 8$

$$f(-4) = -\frac{1}{2} \cdot (-4) + 8 = 10 \neq 11$$

Der Punkt $P(-4|11)$ liegt nicht auf der Geraden durch A und C .

Korrekte Funktionsgleichung: **0.5 P**

Einsetzen von $x = -4$: **0.5 P**

Korrektes Ergebnis $y = 11$: **0.5 P**

Korrekte Begründung: **2 P** (insgesamt)

Variante II: Über Steigung:

$$a_{AC} = -\frac{1}{2} = -0.5$$

Mit $A(4|6)$ und $P(-4|11)$:

$$a_{AP} = \frac{6-11}{4-(-4)} = -\frac{5}{8} = 0.625$$

Der Punkt $P(-4|11)$ liegt nicht auf der Geraden durch A und C .

Korrekte Steigung a_{AC} : **0.5 P**

Korrekte Steigung von a_{AP} : **1 P**

Korrekte Begründung: **2 P** (insgesamt)

Variante III: Über Folge:

$$(4|6); (2|7), (0|8), (-2|9), (-4|10)$$

Korrekte Folgenentwicklung: **1 P**

Korrekte Begründung: **2 P** (insgesamt)

Erreichte Punkte Aufgabe 4:

Aufgabe 5

a) 2 Punkte b) 1 Punkt c) 1 Punkt d) 1 Punkt e) 1 Punkt

An jedem Schultag fährt Anna mit dem Fahrrad mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von $v = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ zur 600 m entfernten Lea, bevor beide zusammen in die Schule fahren.

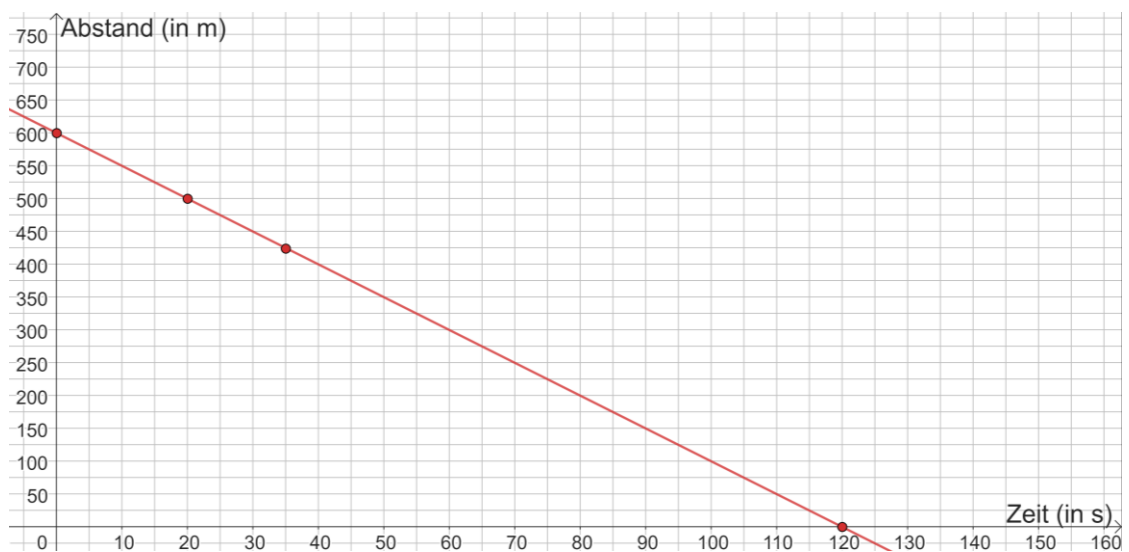
Eines Tages, als Anna ihrer Freundin Lea Bescheid gibt, dass sie losfährt, startet Lea aus Neugierde die Stoppsuhr und lässt diese bis zur Ankunft von Anna laufen.

- 5a) In der unteren Wertetabelle wird zu verschiedenen Zeitpunkten (**gemessene Zeit x**) der Abstand von Anna zu Lea angegeben (**Abstand Anna-Lea y**). Notieren Sie die fehlenden Werte in der folgenden Tabelle. (/ 2 P)

Gemessene Zeit x (in Sekunden)	0	20	35	120
Abstand Anna-Lea y (in Meter)	600	500	425	0

Pro korrektes Ergebnis: **0.5 P**

- 5b) Tragen Sie die in der oberen Tabelle ausgerechneten Punkte in das untenstehende Koordinatensystem ein und zeichnen Sie den Graphen. (/ 1 P)



2 bis 3 korrekt Punkte: **0.5 P**, 4 korrekte Punkte (inkl. Strecke mit Lineal): **1 P**

Wenn es keine Gerade ergibt: höchstens **0.5 P**

- 5c) Lea wartet auf ihrem Fahrrad auf die Ankunft von Anna. Als sie Anna in 330 m Entfernung sieht, fährt sie auf Anna mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von $6 \frac{m}{s}$ zu.
 Nach welcher Zeit treffen sich die beiden? (/ 1 P)

$$\begin{array}{rcl} 330 - 5t & = & 6t & | + 5t \\ 330 & = & 11t & | : 11 \\ t & = & 30 & \end{array}$$

Gesuchte Zeit: $t = \underline{30 s}$

Korrekte Gleichung: **0.5 P** (insgesamt)

Korrektes Ergebnis: **2 P** (insgesamt)

Lösung 5c)

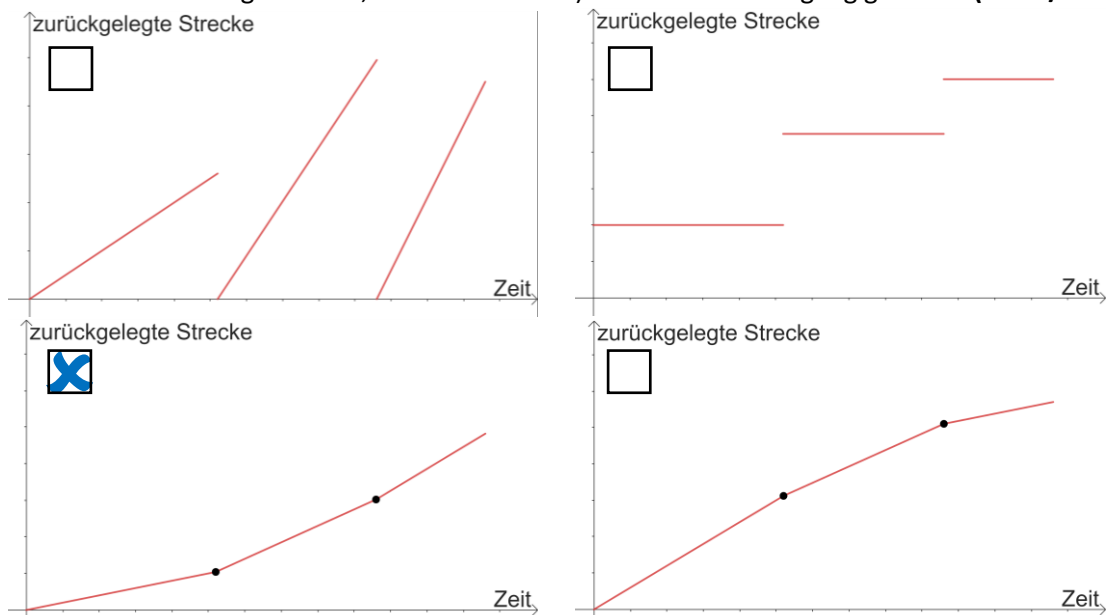
30 s

- 5d) Der Weg zur Schule führt Anna und Lea über einen Anstieg, eine Ebene und einen Hang abwärts.
 In folgender Tabelle sind die Längen der Abschnitte, die Fahrzeiten pro Abschnitt und die Durchschnittsgeschwindigkeiten teilweise angegeben. Füllen Sie die leeren Felder aus. (/ 1 P)

	Länge	Zeit	Durchschnittsgeschwindigkeit
Anstieg	520 m	260 s	$2 \frac{m}{s}$
Ebene	990 m	220 s	$4.5 \frac{m}{s}$
Abwärtshang	900 m	150 s	$6 \frac{m}{s}$

1 bis 2 korrekte Werte: **0.5 P**, 3 korrekte Werte: **1 P**

- 5e) Kreuzen Sie das Diagramm an, zu dem der in 5d) beschriebene Vorgang gehört. (/ 1 P)



Korrektes Diagramm: **1 P**

Erreichte Punkte Aufgabe 5:

Aufgabe 6

2 Punkte pro Teilaufgabe

Wir betrachten die Arbeit von Bildhauern.

6a) Die Grössen von verschiedenen Eigenschaften sind gegeben.

(/ 2 P)

Wandeln Sie in die vorgegebene Einheit um.

Merkmal	Grösse	Umwandlung
Masse einer Skulptur	15'500 g	15.5 kg
Volumen einer Skulptur	458'000 cm ³	0.458 m ³

Wandeln Sie in die vorgegebene Einheit um und geben Sie das Resultat in der anderen Schreibweise an.

Merkmal	Dezimalzahl	Wissenschaftliche Schreibweise
Oberfläche einer Skulptur	8'115 m ²	8.115 · 10 ⁵ dm ²
Höhe einer Skulptur	2.36 m	2.36 · 10 ² cm

Korrekte Resultate: je **0.5 P**

- 6b) Ein Bildhauer meißelt genau mittig ein zylinderförmiges Loch mit einem Durchmesser von $d = 12 \text{ cm}$ in einen steinernen Quader. Bestimmen Sie das Volumen dieser Skulptur und geben Sie das Resultat auf ganze Kubikzentimeter an. (/ 2 P)

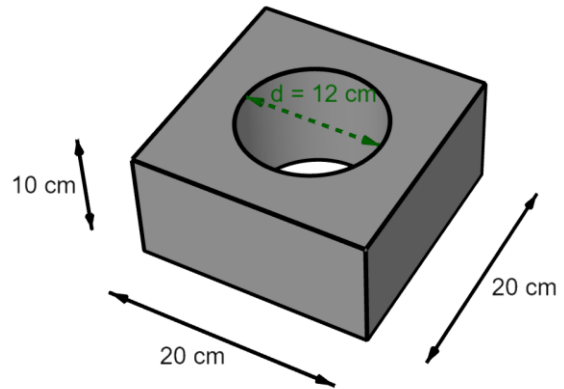
Strategie: $V = V_{\text{Quader}} - V_{\text{Zylinder}}$

$$V_{\text{Quader}} = 20 \cdot 20 \cdot 10 = 4'000 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{Zylinder}} = \pi \cdot 6^2 \cdot 10 = 1'130.97 \text{ cm}^3$$

$$V = V_{\text{Quader}} - V_{\text{Zylinder}} = 4'000 - 1'130.97$$

$$V = \underline{2'869 \text{ cm}^3}$$

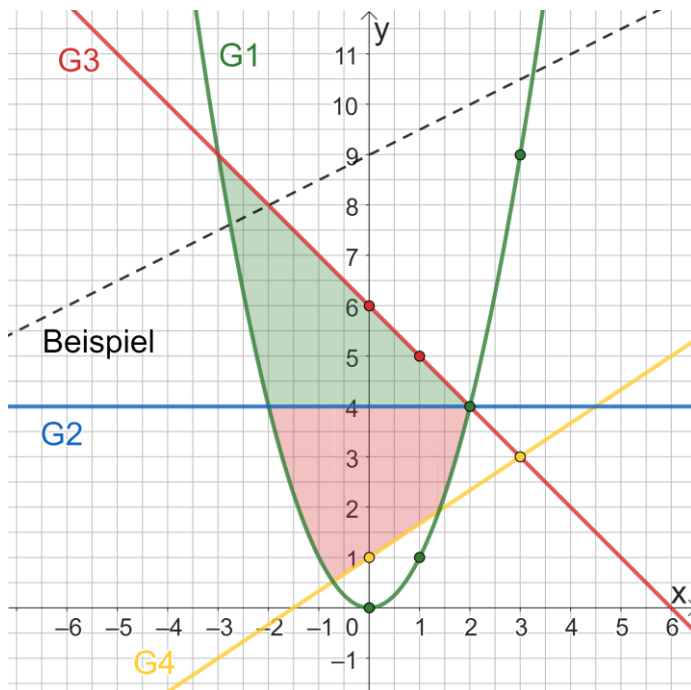


- Korrekte Strategie: **0.5 P**
 Korrektes Volumen ganzer Quader: **0.5 P**
 Korrektes Volumen Zylinder: **0.5 P**
 Korrektes Ergebnis: **2 P** (insgesamt)

Lösung 6b)

2'869 cm³

- 6c) Ein mathematisch interessierter Bildhauer zeichnet auf einen flachen Abschnitt seiner Skulptur einige Linien. Bestimmen Sie diese vier als Funktionsgleichung notierbaren Linien $G1$, $G2$, $G3$ und $G4$ (analog zum gestrichelt angegebenen Vorzeigebeispiel). (/ 2 P)



Korrekte Resultate: je **0.5 P**

Lösungen 6d)

Beispiel: $y = \frac{1}{2}x + 9$

G1: $y = x^2$

G2: $y = 4$

G3: $y = -x + 6$

G4: $y = \frac{2}{3}x + 1$

Erreichte Punkte Aufgabe 6:

