

Berufsmaturitätsschulen

Kanton Bern

Nachaufnahmeprüfung BM1 und BM2 2022

Lösungen Mathematik

Name _____ Vorname _____
Kand.-Nr. _____ Prüfende Schule _____
BM 1 Typ _____ BM 2 Typ _____

Datum Samstag, 14. Mai 2022

Zeit 75 Minuten

Hilfsmittel Schreibzeug, Geodreieck, Lineal, Zirkel,
Taschenrechner ohne CAS, ohne Solver-Funktion, nicht grafikfähig

Bemerkungen Die Aufgaben sind unter Angabe aller Berechnungen und Begründungen direkt auf diese Blätter zu lösen. Schreiben Sie die Ergebnisse in die jeweiligen Kästchen. Achten Sie auf eine saubere Darstellung. Die Seiten 14-16 stehen Ihnen bei Platzmangel zusätzlich zur Verfügung.

| Aufgaben | Richtzeit | Bemerkungen | Maximale Punktzahl | Erreichte Punktzahl |
|----------|-----------|--------------|--------------------|---------------------|
| 1 | 12 min | | 6 | |
| 2 | 12 min | | 6 | |
| 3 | 12 min | | 6 | |
| 4 | 12 min | | 6 | |
| 5 | 12 min | | 6 | |
| 6 | 12 min | | 6 | |
| | | Total | 36 | |

| Punkte | 0-1.5 | 2-4.5 | 5-7.5 | 8-11 | 11.5-14 | 14.5-17.5 | 18-20.5 | 21-23.5 | 24-27 | 27.5-30 | 30.5-36 |
|--------|-------|-------|-------|------|---------|-----------|---------|---------|-------|---------|---------|
| Note | 1 | 1.5 | 2 | 2.5 | 3 | 3.5 | 4 | 4.5 | 5 | 5.5 | 6 |

Expert*innen _____

Note

| |
|--|
| |
|--|

Aufgabe 1

1 Punkt pro Teilaufgabe

- 1a) Schreiben Sie das Resultat als gewöhnlichen und vollständig gekürzten Bruch.
Ein schrittweiser Lösungsweg muss ersichtlich sein.

| Lösungsweg | Resultat |
|---|----------------|
| $\frac{1}{13} + \frac{2}{13} \cdot 4 = \frac{1}{13} + \frac{8}{13} = \frac{1+8}{13} = \frac{9}{13}$ | $\frac{9}{13}$ |
| $\frac{3}{10} - \frac{1}{15} = \frac{9}{30} - \frac{2}{30} = \frac{7}{30}$ | $\frac{7}{30}$ |

Pro korrekten Lösungsweg: **0.5 P**Korrekte Resultate ohne Lösungswege: **0 P**

- 1b) Lösen Sie die Klammern auf und vereinfachen Sie.

$$9x - (4 - 5(x + 3)) = 9x - 4 + 5x + 15 = \underline{\underline{14x + 11}}$$

Korrektes Auflösen der Klammern: **0.5 P**Korrektes Vereinfachen: **0.5 P**Korrektes Ergebnis: **1 P** (insgesamt)

Lösung 1b)

$$14x + 11$$

- 1c) Multiplizieren Sie aus und vereinfachen Sie.

$$(2n + 5)(3 - 4n) = 6n - 8n^2 + 15 - 20n = \underline{\underline{-8n^2 - 14n + 15}}$$

Korrektes Ausmultiplizieren: **0.5 P**Korrektes Vereinfachen: **0.5 P**Korrektes Ergebnis: **1 P** (insgesamt)

Lösung 1c)

$$-8n^2 - 14n + 15$$

1d) Zerlegen Sie in ein Produkt.

$$w^2 - 8w - 20 = \underline{(w - 10)(w + 2)}$$

Korrekter Zweiklammeransatz $(w - \dots)(w + \dots)$: **0.5 P**

Korrekte Zerlegung: **1 P** (insgesamt)

Lösung 1d)

$$(w - 10)(w + 2)$$

1e) Kürzen Sie vollständig.

$$\frac{5xy}{35x^2 - 5x} = \frac{5xy}{5x(7x - 1)} = \frac{y}{\underline{7x - 1}}$$

Korrektes Zerlegen des Nenners: **0.5 P**

Korrektes Kürzen: **0.5 P**

Korrektes Ergebnis: **1 P** (insgesamt)

Lösung 1e)

$$\frac{y}{7x - 1}$$

1f) Lösen Sie die Gleichung nach x auf und bestimmen Sie die Lösungsmenge in der Grundmenge $G = \mathbb{R}$.

$$\begin{aligned} 4 + 9x &= 2x - 1 \\ 7x &= -5 \\ x &= -\frac{5}{7} \approx -0.714 \end{aligned}$$

$$\underline{\underline{L = \left\{-\frac{5}{7}\right\} \approx \{-0.714\}}}$$

Korrektes Umformen bis zur Gleichung $7x = -5$: **0.5 P**

Korrekte Lösung ($x = -\frac{5}{7} \approx -0.714$) oder korrekte Lösungsmenge: **1 P** (insgesamt)

Lösung 1f)

$$L = \left\{-\frac{5}{7}\right\} \approx \{-0.714\}$$

Erreichte Punkte Aufgabe 1:

Aufgabe 2

1 Punkt pro Teilaufgabe

Bäuerin Kustinova hat in der untenstehenden Tabelle festgehalten, wie viel Milch ihre drei Milchkühe Camilla, Olga und Luzia in der letzten Woche gegeben haben. (Einheit: Liter)
In der untersten Zeile ist der gesamte Milchertrag pro Tag festgehalten. In der hintersten Spalte ist der Milchertrag der letzten sieben Tage für jede Kuh aufsummiert.

| | Mo | Di | Mi | Do | Fr | Sa | So | |
|---------|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| Camilla | 21 | 21 | 22 | 25 | 21 | 25 | 25 | 160 |
| Olga | 32 | 29 | 30 | 33 | 35 | 29 | 34 | 222 |
| Luzia | 21 | 21 | 22 | 25 | 25 | 23 | 21 | 158 |
| | 74 | 71 | 74 | 83 | 81 | 77 | 80 | |

2a) Schreiben Sie die passenden Werte in die grünen Zellen.

Wert der oberen, grünen Zelle: $160 - 21 - 21 - 25 - 21 - 25 - 25 = \underline{\underline{22}}$

Wert der unteren, grünen Zelle: $22 + 30 + 22 = \underline{\underline{74}}$

Korrekte Werte: je **0.5 P**

2b) Vervollständigen Sie die beiden folgenden Sätze, so dass je eine wahre Aussage entsteht.
Geben Sie die gesuchten Werte als Dezimalzahlen mit einer Nachkommastelle an.

• Olga hat am Montag Prozent ihres Wochenertrages gegeben.

• Luzia hat in der letzten Woche Prozent weniger Milch gegeben als Olga.

Olga: $\frac{32}{222} = 0.144 = \underline{\underline{14.4\%}}$

Luzia: $\frac{222-158}{222} = \frac{64}{222} = 0.288 = \underline{\underline{28.8\%}}$

Korrekte Werte: je **0.5 P**

2c) Wie viele Liter Milch hat eine Kuh durchschnittlich pro Tag in der letzten Woche auf dem Hof von Bäuerin Kustinova gegeben?

Geben Sie das Resultat als Dezimalzahl mit einer Nachkommastelle an.

Gesuchter Durchschnitt (in Liter): $\frac{160+222+158}{3 \cdot 7} = \frac{540}{21} = \underline{\underline{25.7}}$

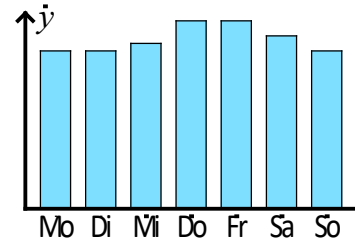
Korrekter Ansatz: **0.5 P**

Korrekter Durchschnitt: **1 P** (insgesamt)

Lösung 2c)

25.7 Liter

2d) Bäuerin Kustinova hat von einer ihrer Milchkühe die Milcherträge der letzten Woche in einem Säulen-Diagramm dargestellt. Leider gingen sowohl die Säule für den Samstag als auch die Skala auf der y-Achse vergessen. Kreuzen Sie an, von welcher Kuh das Diagramm stammt und zeichnen Sie die fehlende Säule ins Diagramm ein.

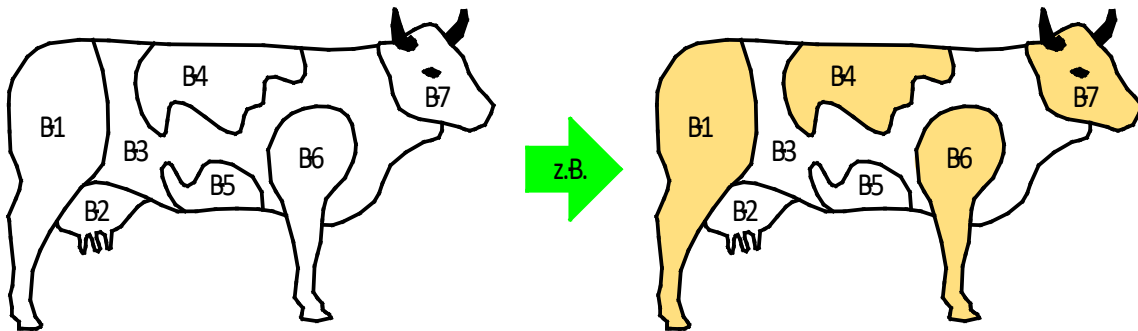


- Camilla
- Olga
- Luzia

Korrekte Kuh: **0.5 P**

Korrekte Säule (Höhe zwischen Fr- und So-Säule): **0.5 P**

In einer Malvorlage für Kinder ist eine Kuh in die sieben Bereiche B1 bis B7 eingeteilt:



2e) Wie viele verschiedene Kühe lassen sich malen, wenn jeder der Bereiche B1 bis B7 entweder weiss oder braun eingefärbt wird?

Gesuchte Anzahl Kühe: $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^7 = \underline{\underline{128}}$

Korrekte Strategie: **0.5 P**

Korrekte Anzahl Kühe: **1 P** (insgesamt)

Lösung 2e)

| |
|----------|
| 128 Kühe |
|----------|

2f) Wie viele verschiedene Kühe lassen sich malen, wenn jeder der Bereiche B1 bis B7 entweder weiss, braun oder rosa eingefärbt wird, wobei zwei aneinandergrenzende Bereiche nicht die gleiche Farbe haben dürfen. Hinweis: Das oben abgebildete Beispiel wäre nicht zulässig.

Die Bereiche werden der Reihe nach von B1 bis B7 angemalt.

Gesuchte Anzahl Kühe: $3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 3 \cdot 2^5 = \underline{\underline{96}}$

Korrekte Strategie: **0.5 P**

Korrekte Anzahl Kühe: **1 P** (insgesamt)

Lösung 2f)

| |
|---------|
| 96 Kühe |
|---------|

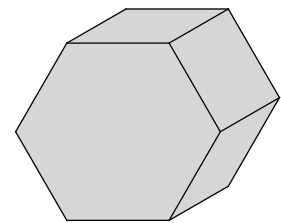
Erreichte Punkte Aufgabe 2:

| |
|--|
| |
|--|

Aufgabe 3

3a): 2 Punkte, 3b)-e): je 1 Punkt

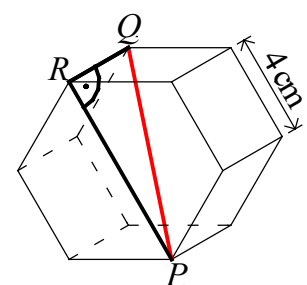
3a) Der abgebildete Körper zeigt ein sechsseitiges Prisma.
Die untenstehenden Netze bestehen aus Quadraten und regelmässigen Sechsecken. Kreuzen Sie sämtliche Netze an, welche sich zu einem sechsseitigen Prisma zusammenfalten lassen.



| | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| | | | |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| | | | |

8 korrekte Entscheide: **2 P**, 7 korrekte Entscheide: **1.5 P**
 6 korrekte Entscheide: **1 P**, 5 korrekte Entscheide: **0.5 P**
 4 oder weniger korrekte Entscheide: **0 P**

3b) Das abgebildete Prisma wird durch zwei regelmässige Sechsecke und sechs Quadrate, deren Seitenlänge 4 cm misst, begrenzt. Bestimmen Sie die Länge der roten Raumdiagonalen. Geben Sie das Resultat als Dezimalzahl mit drei Nachkommastellen an.



$$\overline{QR} = 4 \text{ cm}, \overline{PR} = 8 \text{ cm}$$

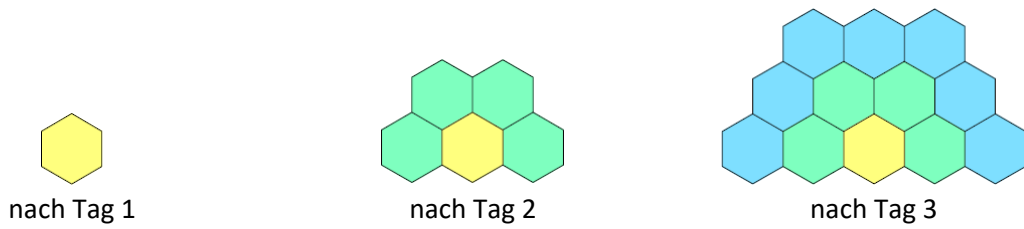
$$\overline{PQ} = \sqrt{4^2 + 8^2} = \sqrt{80} \approx \underline{\underline{8.944 \text{ cm}}}$$

Korrekte Strategie (rechtwinkliges Dreieck): **0.5 P**
 Korrektes Länge der Raumdiagonalen: **1 P** (insgesamt)

Lösung 3b)

8.944 cm

Tag für Tag werden sechseckige Bodenplatten gemäss den folgenden Skizzen verlegt:



3c) Wie viele Bodenplatten werden am Tag 4 **neu** verlegt?

Gesuchte Anzahl Bodenplatten: 10

Korrekte Anzahl Bodenplatten: **1 P**

Lösung 3c)

10 Bodenplatten

3d) Wie viele Bodenplatten werden am Tag 12 **neu** verlegt?

Gesuchte Anzahl Bodenplatten: 34

Zielführende Strategie (korrektes Weiterführen der Zahlenfolge,...): **0.5 P**

Korrekte Anzahl Bodenplatten: **1 P** (insgesamt)

Lösung 3d)

34 Bodenplatten

3e) Wie viele Bodenplatten werden am Tag x **neu** verlegt?

Gesuchter Term: $3x - 2$

Korrekter Term: **1 P**

Lösung 3e)

$3x - 2$ Bodenplatten

Erreichte Punkte Aufgabe 3:

Aufgabe 4

2 Punkte pro Teilaufgabe

Die Koordinaten der Eckpunkte des abgebildeten Vierecks sind gegeben:

$$A = (2|11)$$

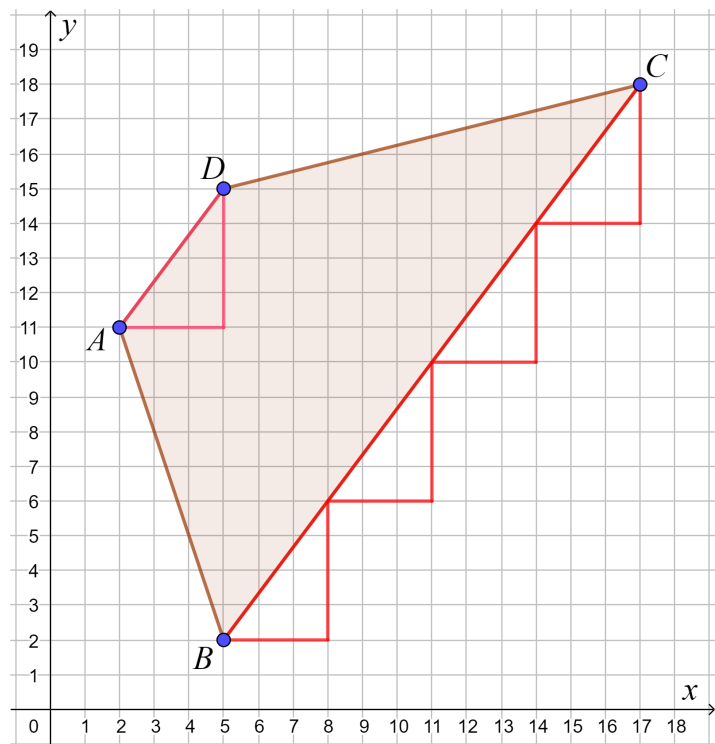
$$B = (5|2)$$

$$C = (17|18)$$

$$D = (5|15)$$

Zudem ist der Punkt $P = (-100|25)$ gegeben, welcher jedoch ausserhalb des abgebildeten Bereichs des Koordinatensystems liegt.

Häuschenlänge/-breite: 1 cm



- 4a) Die Punkte A und P werden am Punkt D gespiegelt. Bestimmen Sie die Koordinaten der Bildpunkte A' und P' .

Pro korrekter Koordinate: **0.5 P**

Lösung 4a)

$$A' = (8 | 19)$$

$$P' = (110 | 5)$$

- 4b) Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Vierecks $ABCD$.
Hinweis: Beachten Sie, dass die Punkte B und D die gleiche x -Koordinate haben.

Gesuchter Flächeninhalt (Einheit: cm^2):

$$A_{ABCD} = A_{ABD} + A_{BCD} = \frac{13 \cdot 3}{2} + \frac{13 \cdot 12}{2} = \frac{39}{2} + \frac{156}{2} = 19.5 + 78 = \underline{\underline{97.5}}$$

Korrekte Strategie (Summe von zwei Dreiecksflächen): **1 P**

Korrekte Dreiecksflächen: je **0.5 P**

Korrekte Vierecksfläche: **2 P** (insgesamt)

Lösung 4b)

97.5 cm^2

- 4c) Folgende Aussage ist wahr:

„Die Strecke \overline{BC} ist viermal so lang wie die Strecke \overline{AD} .“

Begründen Sie, wieso diese Aussage wahr ist.

Geometrische Begründung

Die fünf eingezeichneten Steigungsdreiecke sind kongruent.

\overline{AD} ist die Hypotenuse eines Steigungsdreiecks.

\overline{BC} setzt sich aus vier Hypotenusen zusammen.

Variante: Wird das Steigungsdreieck mit der Hypotenuse \overline{AD} um den Faktor 4 gestreckt, entsteht ein Dreieck, welches kongruent zum Steigungsdreieck mit der Hypotenuse \overline{BC} ist.

Erkennen eines Steigungsdreiecks: **0.5 P**

Einzeichnen mehrerer Steigungsdreiecke: **1 P** (insgesamt)

Korrekte Begründung via Steigungsdreiecken: **2 P** (insgesamt)

Rechnerische Begründung

Berechnung der Streckenlängen (Einheit: cm)

$$\overline{AD} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$\overline{BC} = \sqrt{12^2 + 16^2} = \sqrt{400} = 20$$

Korrekte Streckenlängen: je **1 P**

Erreichte Punkte Aufgabe 4:

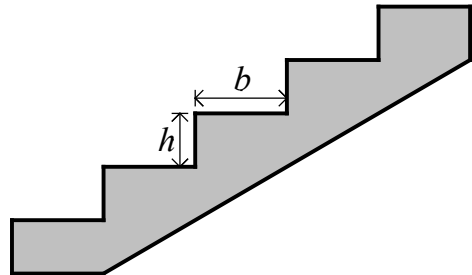
Aufgabe 5

5a)b): je 1 Punkt, 5c)d): je 2 Punkte

Architekten planen Treppen oft nach der folgenden Formel (Einheit: cm):

$$2h + b = 63$$

h heisst Stufenhöhe,
 b heisst Auftrittsweite.



5a) Vervollständigen Sie den folgenden Satz, so dass eine wahre Aussage entsteht.

Wenn die Auftrittsweite b um 1 cm zunimmt, so nimmtdie Stufenhöhe h um cm (zu oder ab).Korrekte Einträge: je **0.5 P**5b) Stellen Sie die Formel nach h um.

$$2h + b = 63$$

$$2h = 63 - b$$

$$h = \frac{63-b}{2} = 31.5 - 0.5b$$

Korrekte Schritte: je **0.5 P**Korrektes Auflösen: **1 P** (insgesamt)**Lösung 5b)**

$$h = \frac{63 - b}{2} = 31.5 - 0.5b$$

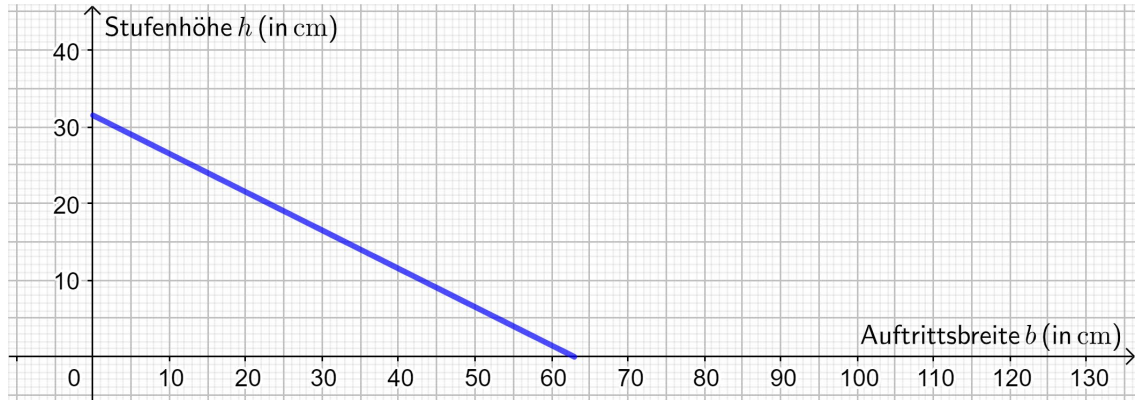
5c) Der Zusammenhang $2h + b = 63$ soll im untenstehenden Koordinatensystem dargestellt werden. Berechnen Sie erst je drei realistische Werte für b und h in der Wertetabelle und zeichnen Sie das Diagramm auf der nächsten Seite. Verbinden Sie die Punkte mit dem Lineal.

Wertetabelle:

| | | | |
|--------------------|--|--|--|
| Auftrittsweite b | | | |
| Stufenhöhe h | | | |

1 bis 2 korrekte Wertepaare: **0.5 P**, 3 korrekte Wertepaare: **1 P**

Diagramm:

1 bis 2 korrekt Punkte: **0.5 P**, 3 korrekte Punkte (inkl. Strecke mit Lineal): **1 P**

- 5d) Eine Rolltreppe zur Bahnhofshalle hat 36 sichtbare Stufen. Es dauert 15 Sekunden, bis eine Stufe von ganz unten nach ganz oben gewandert ist. Brigitte macht sich den Spass, die laufende Rolltreppe verkehrt herum von oben nach unten zu benutzen. Sie schafft in der Sekunde 4 Stufen. Wie lange dauert es, bis sie unten ankommt?

Ansätze zu den beiden Geschwindigkeiten:

$$v_{\text{Rolltreppe}} = \frac{36 \text{ Stufen}}{15 \text{ s}} = 2.4 \frac{\text{Stufen}}{\text{s}}$$

$$v_{\text{Brigitte}} = 4 \frac{\text{Stufen}}{\text{s}}$$

Resultierende Geschwindigkeit:

$$v = v_{\text{Brigitte}} - v_{\text{Rolltreppe}} = 4 \frac{\text{Stufen}}{\text{s}} - 2.4 \frac{\text{Stufen}}{\text{s}} = 1.6 \frac{\text{Stufen}}{\text{s}}$$

Gesuchte Zeit:

$$t = \frac{36 \text{ Stufen}}{1.6 \frac{\text{Stufen}}{\text{s}}} = \underline{\underline{22.5 \text{ s}}}$$

Korrekte Geschwindigkeit $v_{\text{Rolltreppe}}$: **0.5 P**Korrekte Geschwindigkeit $v = v_{\text{Brigitte}} - v_{\text{Rolltreppe}}$: **1 P** (insgesamt)Korrektter Ansatz für die Zeit: **0.5 P**Korrekte Zeit: **2 P** (insgesamt)

Lösung 5d)

22.5 Sekunden

Erreichte Punkte Aufgabe 5:

Aufgabe 6

6a)b): je 2 Punkte, 6c)d): je 1 Punkt

Ein Camembert-Käse wird betrachtet:



6a) Die Grössen von verschiedenen Merkmalen eines Camembert-Käses sind gegeben.

Wandeln Sie in die vorgegebene Einheit um.

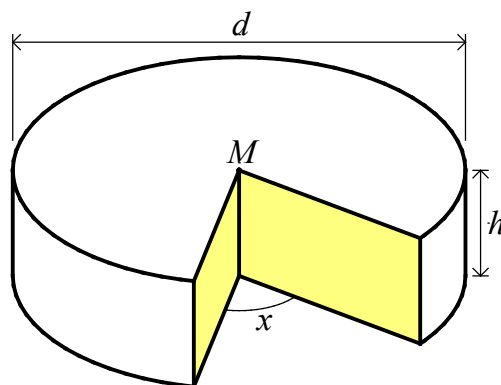
| Merkmal | Grösse | Umwandlung |
|-----------------------|---------------------|---------------------|
| Radius eines Käses | 5.5 cm | 0.055 m |
| Verpackungsoberfläche | 340 cm ² | 3.4 dm ² |

Wandeln Sie in die vorgegebene Einheit um und geben Sie das Resultat in der anderen Schreibweise an.

| Merkmal | Dezimalzahl | Wissenschaftliche Schreibweise |
|---------------------|------------------------------------|---|
| Masse einer Packung | 125 g | $1.25 \cdot 10^{-1}$ kg |
| Energiegehalt | $12 \frac{\text{Joule}}{\text{g}}$ | $1.2 \cdot 10^4 \frac{\text{Joule}}{\text{kg}}$ |

Pro korrektes Resultat: **0.5 P**

Der betrachtete Camembert-Käse ist ein gerader Zylinder mit dem Durchmesser $d = 11$ cm und der Höhe $h = 3$ cm. Um vom Camembert zu kosten, wird zum Mittelpunkt M hin ein Stück so herausgeschnitten, dass die beiden gelben Schnittflächen je die Form eines Rechtecks haben und den Winkel x einschliessen.



- 6b) Zwei verschiedene Käsestücke werden abgeschnitten. Beim ersten Stück beträgt der Winkel x 90° , beim zweiten Stück 111° . Bestimmen Sie von beiden Käsestücken je das Volumen. Geben Sie die Resultate als Dezimalzahlen mit einer Nachkommastelle an.

Gesamtvolumen (in cm^3): $V = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot h = \pi \cdot 5.5^2 \cdot 3 = 285.1$

Volumen des ersten Käsestücks (in cm^3): $V_1 = \frac{V}{4} = \underline{\underline{71.3}}$

Volumen des zweiten Käsestücks (in cm^3): $V_2 = V \cdot \frac{111}{360} = \underline{\underline{87.9}}$

Korrektes Gesamtvolumen: **1 P**

Korrekte Volumen der Käsestücke: je **0.5 P**

Zwei korrekte Käsestückvolumen: **2 P** (insgesamt)

(Ein korrektes und ein falsches Käsestückvolumen: **1.5 P**)

| | Winkel x | Volumen |
|-------------------|-------------|---------------------|
| Erstes Käsestück | 90° | 71.3 cm^3 |
| Zweites Käsestück | 111° | 87.9 cm^3 |

- 6c) Die Höhe eines Camembert-Käses wird verdreifacht. Der Durchmesser bleibt unverändert. Um welchen Faktor wird das Gesamtvolumen des Camembert-Käses vervielfacht?

Gesuchter Faktor: 3

Korrekter Faktor: **1 P**

Lösung 6c)

3

- 6d) Der Durchmesser eines Camembert-Käses wird vervielfacht. Die Höhe bleibt unverändert. Um welchen Faktor wird das Gesamtvolumen des Camembert-Käses vervielfacht?

Gesuchter Faktor: 25

Korrekter Faktor: **1 P**

Lösung 6d)

25

Erreichte Punkte Aufgabe 6:

