Berufsmaturitätsschulen

Kanton Bern

Aufnahmeprüfung BM1 und BM2 2022

Lösungen Mathematik

Name ______________________ **Vorname** ______________________

Kand.-Nr. ______________________ **Prüfende Schule** ______________________

BM 1 Typ ______________________ **BM 2 Typ** ______________________

Datum Samstag, 12. März 2022

Zeit 75 Minuten

Hilfsmittel Schreibzeug, Geodreieck, Lineal, Zirkel,
Taschenrechner ohne CAS, ohne Solver-Funktion, nicht grafikfähig

Bemerkungen Die Aufgaben sind unter Angabe aller Berechnungen und Begründungen direkt auf diese Blätter zu lösen. Schreiben Sie die Ergebnisse in die jeweiligen Kästchen. Achten Sie auf eine saubere Darstellung. Die Seiten 14-16 stehen Ihnen bei Platzmangel zusätzlich zur Verfügung.

Aufgaben	Richtzeit	Bemerkungen	Maximale Punktzahl	Erreichte Punktzahl
1	12 min		6	
2	12 min		6	
3	12 min		6	
4	12 min		6	
5	12 min		6	
6	12 min		6	
		Total	**36**	

Punkte	0-1.5	2-4.5	5-7.5	8-11	11.5-14	14.5-17.5	18-20.5	21-23.5	24-27	27.5-30	30.5-36
Note	**1**	**1.5**	**2**	**2.5**	**3**	**3.5**	**4**	**4.5**	**5**	**5.5**	**6**

Expert*innen ______________________ **Note** [ ]

Aufgabe 1
1 Punkt pro Teilaufgabe

1a) Schreiben Sie das Resultat als gewöhnlichen und vollständig gekürzten Bruch.
Ein schrittweiser Lösungsweg muss ersichtlich sein.

Lösungsweg	Resultat
$\frac{13}{7} - \frac{2}{7} \cdot 6 = \frac{13}{7} - \frac{12}{7} = \frac{13-12}{7} = \underline{\underline{\frac{1}{7}}}$	$\frac{1}{7}$
$\frac{3}{8} + \frac{1}{6} = \frac{9}{24} + \frac{4}{24} = \underline{\underline{\frac{13}{24}}}$	$\frac{13}{24}$

Pro korrekten Lösungsweg: **0.5 P**
Korrekte Resultate ohne Lösungswege: **0 P**

1b) Lösen Sie die Klammern auf und vereinfachen Sie.

$$12 - \big(3x - 5(x+2)\big) = 12 - 3x + 5x + 10 = \underline{\underline{2x + 22}}$$

Korrektes Auflösen der Klammern: **0.5 P**
Korrektes Vereinfachen: **0.5 P**
Korrektes Ergebnis: **1 P** (insgesamt)

Lösung 1b) $2x + 22$

1c) Multiplizieren Sie aus und vereinfachen Sie.

$$(5w - 3)(3w + 4) = 15w^2 + 20w - 9w - 12 = \underline{\underline{15w^2 + 11w - 12}}$$

Korrektes Ausmultiplizieren: **0.5 P**
Korrektes Vereinfachen: **0.5 P**
Korrektes Ergebnis: **1 P** (insgesamt)

Lösung 1c) $15w^2 + 11w - 12$

1d) Zerlegen Sie vollständig in Faktoren.

$$y^2 - 14y + 24 = \underline{\underline{(y-2)(y-12)}}$$

Korrekter Zweiklammeransatz $(y-\ldots)(y-\ldots)$: **0.5 P**
Korrekte Zerlegung: **1 P** (insgesamt)

Lösung 1d) $(y-2)(y-12)$

1e) Kürzen Sie weitmöglichst.

$$\frac{2ah}{2a-18a^2} = \frac{2ah}{2a(1-9a)} = \underline{\underline{\frac{h}{1-9a}}}$$

Korrektes Zerlegen des Nenners: **0.5 P**
Korrektes Kürzen: **0.5 P**
Korrektes Ergebnis: **1 P** (insgesamt)

Lösung 1e) $\frac{h}{1-9a}$

1f) Lösen Sie die Gleichung nach x auf und bestimmen Sie die Lösungsmenge in der Grundmenge $G = \mathbb{R}$.

$$\begin{aligned} 11x + 7 &= 3 - 2x \\ 13x &= -4 \\ x &= -\frac{4}{13} \approx -0.308 \end{aligned}$$

$$\underline{\underline{L = \left\{-\frac{4}{13}\right\} \approx \{-0.308\}}}$$

Korrektes Umformen bis zur Gleichung $13x = -4$: **0.5 P**
Korrekte Lösung ($x = -\frac{4}{13} \approx -0.308$) oder korrekte Lösungsmenge: **1 P** (insgesamt)

Lösung 1f) $L = \left\{-\frac{4}{13}\right\} \approx \{-0.308\}$

Erreichte Punkte Aufgabe 1:

Aufgabe 2

2a)-d): je 1 Punkt, 2e): 2 Punkte

Eine Schweizer Bank berechnet die Kosten für eine Bankkarte wie folgt: Für das Ausstellen der Bankkarte wird eine Grundgebühr von CHF $30.-$ verrechnet. Jeder Bargeldbezug an einem Bankomaten kostet CHF 2.90.

2a) Nach welcher Anzahl Bargeldbezüge an einem Bankomaten steigen die Kosten für die Bankkarte erstmals über CHF $100.-$.

Anzahl Bargeldbezüge: x

Gleichung für die Kosten: $2.9x + 30 = 100 \quad \Leftrightarrow \quad 2.9x = 70 \quad \Leftrightarrow \quad x = 24.138$

Gesuchte Anzahl Bargeldbezüge: $\underline{\underline{25}}$

Zielführende Strategie (via Gleichung oder sonst): **0.5 P**

Korrekte Anzahl Bargeldbezüge: **1 P** (insgesamt)

Lösung 2a) | 25

2b) Geben Sie einen Term an, welcher aus der Anzahl Bargeldbezüge x an einem Bankomaten die Kosten y (in CHF) der Bankkarte berechnet.

Gesuchter Term: $\underline{\underline{2.9x + 30}}$

Korrekter Term: **1 P**

Lösung 2b) | $y = 2.9x + 30$

2c) Wie viele Möglichkeiten gibt es, den Betrag von CHF $9.-$ aus Ein-, Zwei- und Fünffrankenmünzen zusammenzustellen? In einer Zusammenstellung dürfen alle drei Münzensorten, zwei Sorten oder auch nur eine Sorte vorkommen.

$5+2+2$
$5+2+1+1$
$5+1+1+1+1$

$2+2+2+2+1$
$2+2+2+1+1+1$
$2+2+1+1+1+1+1$
$2+1+1+1+1+1+1+1$

$1+1+1+1+1+1+1+1+1$

Gesuchte Anzahl Möglichkeiten: $\underline{\underline{8}}$

Zielführende Strategie: **0.5 P**

Korrekte Anzahl Möglichkeiten: **1 P** (insgesamt)

Lösung 2c) | 8

2d) Wie viele verschiedene Beträge lassen sich aus genau zwei unterschiedlichen Münzen der sieben Schweizer Münzen zusammenstellen?

$6+5+4+3+2+1=21$

Gesuchte Anzahl Möglichkeiten: $\underline{\underline{21}}$

Zielführende Strategie: **0.5 P**
Korrekte Anzahl Möglichkeiten: **1 P** (insgesamt)

Lösung 2d)	21

2e) Eine Bank in der Schweiz hat im Januar 2021 und im Juli 2021 je 200 Computer bei einer Firma in den USA eingekauft. Die amerikanische Firma verkaufte die 200 Computer beide Male zum gleichen Preis von 154'000 $. Begründen Sie, in welchem Monat die Bank die 200 Computer günstiger erwerben konnte, indem Sie den jeweiligen Kaufpreis (in CHF) zu den beiden Daten angeben. Beziehen Sie in Ihrer Begründung das folgende Diagramm zu den Wechselkursen mit ein. Auf der vertikalen Achse ist der Wert von 1 $ in CHF abgetragen.

	Kurse	Preise für 50 Bürotische
Januar 2021	$1\$ \approx 0.88\text{CHF}$	$154'000\$ \approx 154'000 \cdot 0.88\text{CHF} = 135'520\text{CHF}$
Juli 2021	$1\$ \approx 0.91\text{CHF}$	$154'000\$ \approx 154'000 \cdot 0.91\text{CHF} = 140'140\text{CHF}$

Im $\underline{\underline{\text{Januar 2021}}}$ konnten die 200 Computer günstiger erworben werden.

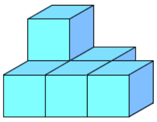
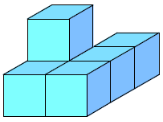
Korrektes Erkennen/Herauslesen/Einzeichnen der relevanten Kurse: **1 P**
Korrekte Begründung via «korrekte» Kaufpreise: **2 P** (insgesamt)

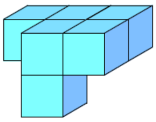
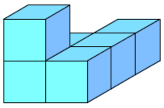
Erreichte Punkte Aufgabe 2:	

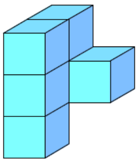
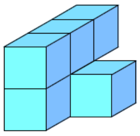
Aufgabe 3

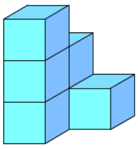
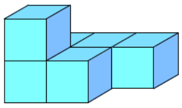
3a)b): je 2 Punkte, 3c)d): je 0.5 Punkte, 3e): 1 Punkt

3a) Die abgebildeten Körper sind aus Würfeln aufgebaut. Jeder Körper der linken Spalte ist identisch zu genau einem Körper der rechten Spalte. Bestimmen Sie die vier Paare von identischen Körpern.


K1 A



K2 B



K3 C



K4 D


Lösung 3a)

K1 ist identisch mit B

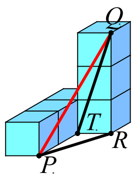
K2 ist identisch mit C

K3 ist identisch mit A

K4 ist identisch mit D

Pro korrektes Paar: **0.5 P**

3b) Der abgebildete Körper ist aus Würfeln mit der Seitenlänge $s = 1$ cm aufgebaut. Bestimmen Sie die Länge der Strecke $\overline{PQ}$.
Geben Sie das Resultat als Dezimalzahl mit drei Nachkommastellen an.



Lösungsweg 1: $\overline{PR} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5} \approx 2.235$ cm, $\overline{PQ} = \sqrt{\left(\sqrt{5}\right)^2 + 3^2} = \sqrt{14} \approx \underline{\underline{3.742 \text{ cm}}}$

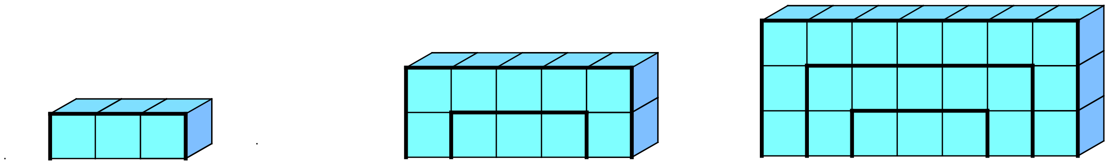
Lösungsweg 2: $\overline{QT} = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10} \approx 3.162$ cm, $\overline{PQ} = \sqrt{\left(\sqrt{10}\right)^2 + 2^2} = \sqrt{14} \approx \underline{\underline{3.742 \text{ cm}}}$

Korrektes Streckenlänge $\overline{QT}$ oder $\overline{PR}$: **1 P**
Korrektes Streckenlänge $\overline{PQ}$: **2 P** (insgesamt)

Lösung 3b)

3.742 cm

Tag für Tag werden Granitwürfel gemäss den folgenden Skizzen zu einer rechteckigen Mauer aufgebaut:



nach Tag 1 nach Tag 2 nach Tag 3

3c) Aus wie vielen Granitwürfeln besteht die Mauer nach Tag 4?

Gesuchte Anzahl Granitwürfel: $9 \cdot 4 = \underline{\underline{36}}$

Korrekte Anzahl Granitwürfel: **0.5 P**

Lösung 3c) 36 Granitwürfel

3d) Aus wie vielen Granitwürfeln besteht die Mauer nach Tag 8?

Gesuchte Anzahl Granitwürfel: $17 \cdot 8 = \underline{\underline{136}}$

Korrekte Anzahl Granitwürfel: **0.5 P**

Lösung 3d) 136 Granitwürfel

3e) Aus wie vielen Granitwürfeln besteht die Mauer nach Tag x?

Gesuchter Term: $\underline{\underline{(2x+1) \cdot x}} = \underline{\underline{2x^2 + x}}$

Korrekter Term: **1 P**

Lösung 3e) $(2x+1) \cdot x$ Granitwürfel

Erreichte Punkte Aufgabe 3:

Aufgabe 4

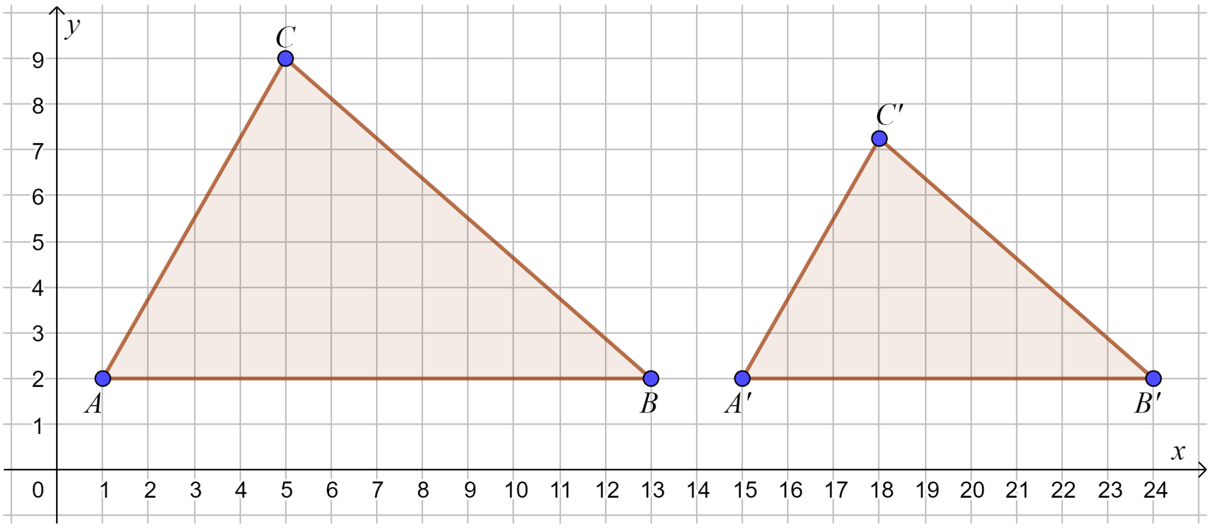
4a)-d): je 1 Punkt, 4e): 2 Punkte

Im abgebildeten Koordinatensystem wird das Dreieck ABC so mit dem Streckfaktor $k = \frac{3}{4}$ gestreckt, dass das Bilddreieck $A'B'C'$ entsteht. Die Koordinaten der folgenden Punkte sind gegeben:

$A = (1|2)$, $B = (13|2)$, $C = (5|9)$

$A' = (15|2)$, $B' = (24|2)$

Häuschenlänge/-breite: 1 cm



Geben Sie die Resultate als Dezimalzahlen mit drei Nachkommastellen an.

4a) Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks ABC.

Gesuchter Flächeninhalt (in cm^2): $A_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 7 = \underline{\underline{42}}$

Korrekte Flächenformel: **0.5 P**, Korrekter Flächeninhalt: **1 P** (insgesamt)

Lösung 4a) 42 cm^2

4b) Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes C'.

Gesuchter Punkt: $\underline{\underline{C' = \left(18 \middle| \frac{29}{4}\right) = (18|7.25)}}$, Pro korrekte Koordinate: **0.5 P**

Lösung 4b) $C' = \left(18 \middle| \frac{29}{4}\right) = (18|7.25)$

4c) Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks $A'B'C'$.

Gesuchter Flächeninhalt (in cm^2): $A_{A'B'C'} = A_{ABC} \cdot k^2 = 42 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \underline{\underline{23.625}}$

Oder: $A_{A'B'C'} = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot \left(\frac{29}{4} - 2\right) = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot \frac{21}{4} = \underline{\underline{23.625}}$ (Folgefehler aus 4b) beachten!)

Korrekte Strategie: **0.5 P**, Korrekter Flächeninhalt: **1 P** (insgesamt)

Lösung 4c) 23.625 cm^2

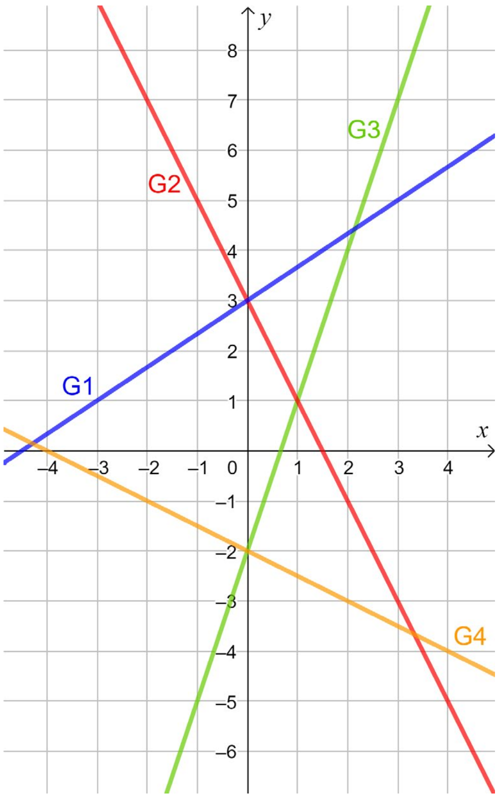
4d) Der Flächeninhalt eines Dreiecks wird um 400% vergrössert. Um welchen Faktor hat sich der Flächeninhalt vervielfacht?

Gesuchter Faktor: $\underline{\underline{5}}$

Korrekter Faktor: **1 P**

Lösung 4d) 5

4e) Im abgebildeten Koordinatensystem sind die Funktionsgraphen G1 bis G4 gegeben. Ordnen Sie in der untenstehenden Tabelle jedem Funktionsgraphen die entsprechende Funktionsgleichung durch Ankreuzen zu. Hinweis: Pro Spalte ist genau ein Kreuz zu setzen.



	G1	G2	G3	G4
$f(x) = 2x + \frac{1}{3}$	○	○	○	○
$f(x) = -2x + 3$	○	⊙	○	○
$f(x) = 3x - 2$	○	○	⊙	○
$f(x) = 3x + 2$	○	○	○	○
$f(x) = \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}$	○	○	○	○
$f(x) = \frac{1}{3}x + 2$	○	○	○	○
$f(x) = \frac{1}{2}x - 2$	○	○	○	○
$f(x) = -\frac{1}{2}x - 2$	○	○	○	⊙
$f(x) = \frac{2}{3}x - 3$	○	○	○	○
$f(x) = \frac{2}{3}x + 3$	⊙	○	○	○

Pro korrekte Zuordnung: **0.5 P**

Erreichte Punkte Aufgabe 4:

Aufgabe 5

5a): 4 Punkte, 5b): 2 Punkte

5a) Auf einem grossen Parkplatz sind Velos und Autos parkiert. Es darf davon ausgegangen werden, dass jedes Velo genau zwei Räder und jedes Auto genau vier Räder hat. An vier Wochentagen werden die Anzahl parkierter Fahrzeuge erfasst und in den untenstehenden Texten beschrieben. Der Zufall will es, dass an jedem Wochentag immer genau 624 Räder auf dem Platz vorhanden sind.

Montag
Auf dem Platz sind gleich viele Velos wie Autos parkiert.

Dienstag
Die Anzahl der parkierten Autos ist 6-mal so gross wie die Anzahl der parkierten Velos.

Mittwoch
Auf dem Platz sind 6 Autos weniger vorhanden als Velos.

Donnerstag
Die Anzahl Autos ist um 6 kleiner als die Hälfte der Anzahl Velos.

Die Variable x steht für die Anzahl Velos.
Ordnen Sie jedem Text die entsprechende Gleichung durch Ankreuzen zu.
Hinweis: Pro Spalte ist genau ein Kreuz zu setzen.

	Montag	Dienstag	Mittwoch	Donnerstag
$x + x = 624$	○	○	○	○
$2x + 4x = 624$	⦿	○	○	○
$2 \cdot 6x + 4x = 624$	○	○	○	○
$2x + 4 \cdot 6x = 624$	○	⦿	○	○
$2 \cdot \frac{1}{6}x + 4x = 624$	○	○	○	○
$(x - 6) + x = 624$	○	○	○	○
$2(x - 6) + 4x = 624$	○	○	○	○
$2x + 4(x - 6) = 624$	○	○	⦿	○
$2x + 4(\frac{1}{2}x - 6) = 624$	○	○	○	⦿
$2 \cdot \frac{1}{2}x + 4(x - 6) = 624$	○	○	○	○

Pro korrekte Zuordnung: **1 P**

5b) Am Montag radelt Frau Berger jeweils mit dem Velo zur Arbeit und braucht dazu $0.5\ \mathrm{h}$.
Am Dienstag legt sie den gleichen Arbeitsweg mit dem Auto in $0.2\ \mathrm{h}$ zurück.
Die Durchschnittsgeschwindigkeit am Montag ist 33 $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ kleiner als am Dienstag.
Mit welcher Durchschnittsgeschwindigkeit radelt Frau Berger am Montag zur Arbeit?

	Zeit (in h)	Durchschnittsgeschwindigkeit (in $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$)	Arbeitsweg (in km)
Montag (Velo)	0.5	v	$0.5v$
Dienstag (Auto)	0.2	$v + 33$	$0.2(v + 33)$

Gleichung für den Arbeitsweg:

$$\begin{aligned} 0.5v &= 0.2(v + 33) \\ 0.5v &= 0.2v + 6.6 \\ 0.3v &= 6.6 \\ v &= 22 \end{aligned}$$

Gesucht Geschwindigkeit: $\underline{\underline{22\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}}}$

Herausfiltern und Darstellen der relevanten Grössen: **0.5 P**
Variablendefinition inkl. Zusammenhang zwischen den Geschwindigkeiten: **1 P** (insgesamt)
Korrekte Gleichung: **1.5 P** (insgesamt)
Korrekte Geschwindigkeit: **2 P** (insgesamt)

Lösung 5b) $22\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$

Erreichte Punkte Aufgabe 5:

Aufgabe 6

6a): 2 Punkte, 6b)c): je 1 Punkt, 6d): 2 Punkte

Für die folgenden Aufgaben werden Rädli-Biskuits betrachtet:

6a) Die Grössen von verschiedenen Merkmalen von Rädli-Biskuits sind gegeben.

Wandeln Sie in die vorgegebene Einheit um.

Merkmal	Grösse	Umwandlung
Masse einer Packung	$0.21\ \text{kg}$	$210'000\ \text{mg}$
Volumen einer Packung	$478.7\ \text{cm}^3$	$0.4787\ \text{dm}^3$

Wandeln Sie in die vorgegebene Einheit um und geben Sie das Resultat in der anderen Schreibweise an.

Merkmal	Dezimalzahl	**Wissenschaftliche Schreibweise**
Backzeit	$0.15\ \text{h}$	$5.4 \cdot 10^2\ \text{sec}$
Oberfläche einer Packung	$43'600\ \text{mm}^2$	$4.36 \cdot 10^{-2}\ \text{m}^2$

Pro korrektes Resultat: **0.5 P**

6b) Eine Packung Rädli-Biskuits kostet normalerweise CHF 1.90. In der momentanen Wochenaktion wird eine Packung für CHF 1.00 angeboten. Um wie viel Prozent wurde der Normalpreis reduziert? Geben Sie das Resultat als Dezimalzahl mit drei Nachkommastellen an.

Gesuchte Preisreduktion (in %): $\frac{0.9}{1.9} \cdot 100 \approx \underline{\underline{47.368}}$

Korrekter Prozentwert: **1 P**

Lösung 6b)	47.368%

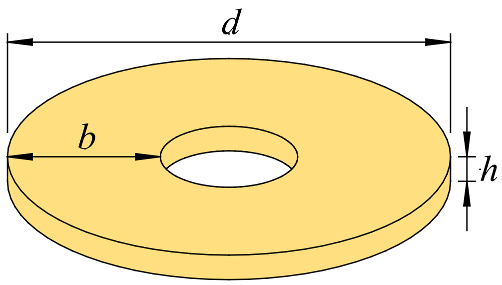
6c) Die Qualitätsmanagerin hat festgestellt, dass in 3% aller Packungen mindestens ein Rädli-Biskuit zerbrochen ist. Im Lager sind 1700 Packungen. In wie vielen Packungen hat es mindestens ein zerbrochenes Rädli-Biskuit?

Gesuchte Anzahl Packungen: $1700 \cdot 0.03 = \underline{\underline{51}}$

Korrekte Anzahl Packungen: **1 P**

Lösung 6c) | 51 Packungen

6d) Das nebenstehende Bild zeigt ein Modell eines Rädli-Biskuits.
Der Kreisdurchmesser $d = 5.4$ cm, die Kreisringbreite $b = 1.9$ cm und die Höhe $h = 0.3$ cm sind gegeben. Berechnen Sie das Volumen des Modells eines Rädli-Biskuits. Geben Sie das Resultat als Dezimalzahl mit drei Nachkommastellen an.



Lösungsweg I:
Grundfläche (in cm^2):

$$G = \pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 - \pi\left(\frac{d-2b}{2}\right)^2 = \pi\left(\frac{5.4}{2}\right)^2 - \pi\left(\frac{1.6}{2}\right)^2 \approx 22.902 - 2.011 \approx 20.892$$

Gesuchtes Volumen (in cm^3): $V = G \cdot h \approx 20.892 \cdot 0.3 = \underline{\underline{6.267}}$

Lösungsweg II:
Volumen des ganzen Zylinders ohne Loch (in cm^3):

$$V_\text{Z} = \pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot h = \pi\left(\frac{5.4}{2}\right)^2 \cdot 0.3 \approx 22.902 \cdot 0.3 \approx 6.871$$

Volumen des Lochs (in cm^3):

$$V_\text{L} = \pi\left(\frac{d-2b}{2}\right)^2 \cdot h = \pi\left(\frac{1.6}{2}\right)^2 \cdot 0.3 \approx 2.011 \cdot 0.3 \approx 0.603$$

Gesuchtes Volumen (in cm^3): $V = V_\text{Z} - V_\text{L} \approx 6.871 - 0.603 \approx \underline{\underline{6.267}}$

Korrekter Radius des Lochs: **0.5 P**
Korrekte Kreisflächen oder korrekte Zylindervolumen: je **0.5 P**
Korrekte Grundfläche: **1.5 P** (insgesamt)
Korrektes Volumen: **2 P** (insgesamt)

Lösung 6d) | 6.267 cm^3

Erreichte Punkte Aufgabe 6: